Автономная некоммерческая организация высшего образования
«Информационно-технологический университет»
(АНО ВО ИТУ)

УТВЕРЖДАЮ

Ректор АНО ВО ИТУ Б.С. Лиджиев

Сведения об электронной подписи
Подписано: Лиджиев Борис Саранович
Должность: ректор
Пользователь: blidzhiev

«17» января 2025 г.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
по подготовке и оформлению курсовой работы по дисциплине

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Для направления подготовки:
20.03.01 Техносферная безопасность
(уровень бакалавриата)

Типы задач профессиональной деятельности:
проектно-конструкторский;
экспертный, надзорный и инспекционно-аудиторский.

Направленность (профиль):
Инженерная защита окружающей среды

Форма обучения:
очная

г. Элиста, 2025

Разработчик: Бембитов Джиргал Батрович, канд. физ.-мат. наук, преподаватель кафедры Математики, информатики и естественнонаучных дисциплин Автономной некоммерческой организации высшего образования «Информационно-технологический университет».

Данные методические рекомендации разработаны с целью обеспечения качества подготовки обучающихся в соответствии с требованиями ФГОС ВО.

В методических указаниях подробно рассматриваются методические аспекты подготовки и оформления курсовых работ.

Данные указания предназначены для обучающихся, организаторов учебного процесса.

СОГЛАСОВАНО:
Заведующий кафедрой
Кафедра математики, информатики
и естественнонаучных дисциплин
канд. пед. наук, доцент Горяев В.М.

Протокол заседания кафедры № 01 от «16» января 2025 г.

1. ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

1.1. Цель курсовой работы

Курсовая работа (КР) по дисциплине «Теоретические основы электротехники» имеет целью закрепление знаний и приобретение студентами практических навыков анализа и расчета электрических цепей переменного синусоидального тока в установившихся режимах, построения частотных характеристик, а также анализа цепей при переходных режимах.

1.2. Требования к оформлению КР

Курсовая работа выполняется и оформляется на листах стандартного формата А4, которые должны быть сшиты.

Электрические схемы, графики, диаграммы выполняются с применением компьютерной графики. В случае использования при расчетах компьютерных средств соответствующие распечатки должны быть выполнены также на стандартных листах и вложены в работу. Рисунки необходимо пронумеровать, а в тексте поместить ссылки на них.

Условия задачи необходимо приводить полностью в том виде, как они сформулированы в задании. Основные положения решений должны быть по дробно пояснены; в решение включать необходимый минимум промежуточных расчетов, без которых проверка конечного результата становится затруднительной. Окончательный результат расчета привести с указанием единицы измерения соответствующей величины.

Работа должна быть выполнена собственноручно, датирована и подписана студентом. Выполненная работа представляется на кафедру преподавателю для проверки. Все замечания, отмеченные преподавателем, устраняются студентом в установленные сроки, после чего он защищает свою работу.

Студенты, не выполнившие КР в назначенный срок, к экзамену по дисциплине «Теоретические основы электротехники» не допускаются.

1.3. Указания к выбору варианта

Вариант задания выбирается студентом следующим образом: номер схемы – по двум последним цифрам шифра (номера зачетной книжки), номер численных данных – по последней цифре шифра.

1.4. Рекомендуемая литература

1. Ткачёв, А. Н. Теоретические основы электротехники. Переходные процессы, цепи с распределенными параметрами, электромагнитное поле : учебное пособие / А. Н. Ткачёв, Е. Н. Епишков. — Челябинск : Южно-Уральский технологический университет, 2023. — 88 с. — ISBN 978-5-6048829-3-1. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: https://www.iprbookshop.ru/127207.html

2. Петренко, Ю. В. Теоретические основы электротехники. Физические основы теории электрических цепей и методы их расчета : учебное пособие / Ю. В. Петренко. — Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2022. — 132 с. — ISBN 978-5-7782-4677-5. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: https://www.iprbookshop.ru/126601.html

3. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи в установившихся режимах : учебное пособие / В. В. Богданов, О. Б. Давыденко, Е. Г. Касаткина [и др.]. — Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2022. — 176 с. — ISBN 978-5-7782-4724-6. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: https://www.iprbookshop.ru/126636.html

4. Клименко, К. А. Теоретические основы электротехники. Переходные процессы, четырехполюсники, нелинейные элементы : учебное пособие / К. А. Клименко, Д. А. Поляков, Е. В. Аношенкова. — Омск : Омский государственный технический университет, 2021. — 179 с. — ISBN 978-5-8149-3214-3. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: https://www.iprbookshop.ru/124887.html

1.5. Варианты заданий курсовой работы

В соответствии с вариантом, заданным двумя последними цифрами шифра, указанного в зачетной книжке студента, выписать из таблиц 1 и 2 условия задания и выполнить следующее:

1) начертить схему электрической цепи, соблюдая требования ЕСКД. На схеме выбрать и указать направления токов во всех ветвях схемы, обозначить все точки цепи, различающиеся потенциалами;

2) для заданной частоты (f) и амплитуды (U_m) приложенного входного напряжения рассчитать мгновенные и действующие значения токов во всех ветвях, а также выходного напряжения (начальную фазу приложенного напряжения принять равной нулю);

3) по результатам расчета п.2 построить на комплексной плоскости топографическую диаграмму цепи и векторную диаграмму токов;

4) определить комплексную частотную передаточную функцию цепи для указанных входного и выходного напряжений. Записать выражения для амплитудно-частотной (АЧХ) и фазо-частотной (ФЧХ) характеристик и построить их на графиках в обычном и логарифмическом масштабах;

5) определить переходную функцию цепи $h(t)$ для указанных входного и выходного напряжений, выполнив расчет классическим и операторным методами;

6) найти реакцию цепи $u_{вых}(t)$ на воздействие $u_{вх}(t)$ в форме прямоугольного импульса высотой U_0 и длительностью $T_{имп}$. Результат представить на графике $u_{вх}(t)$ и $u_{вых}(t)$.

Таблица 1. Схема электрической цепи

Вариант	Схема	Вариант	Схема	Вариант	Схема	Вариант	Схема
01-05	Рис.2.1	26-30	Рис.2.6	51-55	Рис.2.11	76-80	Рис.2.16
06-10	Рис.2.2	31-35	Рис.2.7	56-60	Рис.2.12	81-85	Рис.2.17
11-15	Рис.2.3	36-40	Рис.2.8	61-65	Рис.2.13	86-90	Рис.2.18
16-20	Рис.2.4	41-45	Рис.2.9	66-70	Рис.2.14	91-95	Рис.2.19
21-25	Рис.2.5	46-50	Рис.2.10	71-75	Рис.2.15	96-100	Рис.2.20

Таблица 2. Значения параметров цепи

Вариант	1, 6	2, 7	3, 8	4, 9	5, 0
L_1, мГн	1	2	3	4	5
L_2, мГн	4	5	1	6	3
C_1, мкФ	7	8	10	6	5
C_2, мкФ	2	4	5	1	3
R_1, Ом	4	6	2	10	8
R_2, Ом	180	200	150	100	220
R_3, Ом	3	2	6	8	5
U_m, В	36	115	120	27	36
f, Гц	1600	1000	600	500	1200
U_0, В	12	15	10	30	9
$T_{имп}$	3τ	3τ	2τ	2τ	4τ

Примечания:

а) Если в схеме один индуктивный или емкостной элемент, то принять $L=L_1$, или $C=C_1$ соответственно.

б) В качестве значения τ принять:

- в случае колебательного переходного процесса – постоянную времени цепи;
- в случае апериодического процесса - максимальную из постоянных времени двух экспонент.

(Постоянные времени определяются после выполнения п.5 задания).

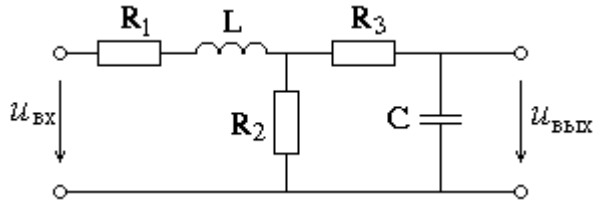


Рис. 2.1

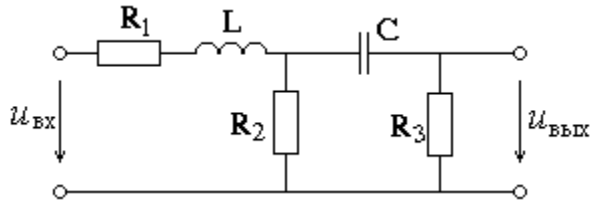


Рис. 2.2

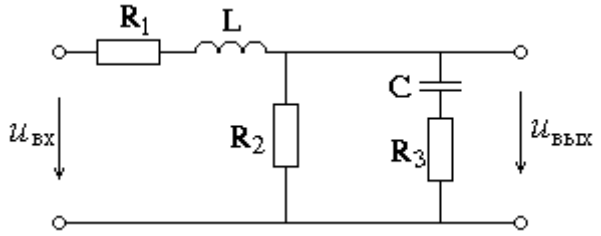


Рис. 2.3

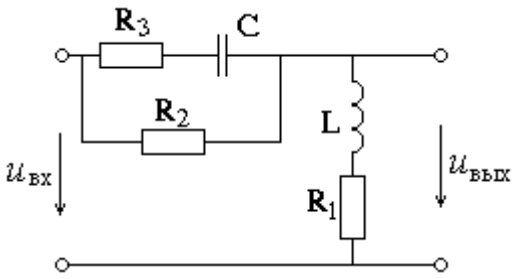


Рис. 2.4

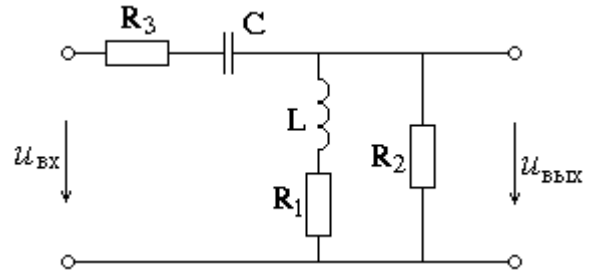


Рис. 2.5

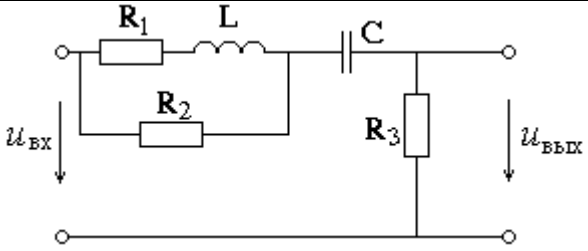


Рис. 2.6

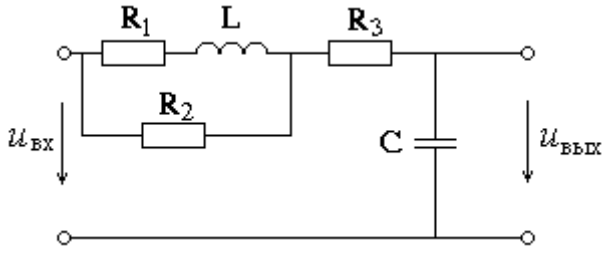


Рис. 2.7

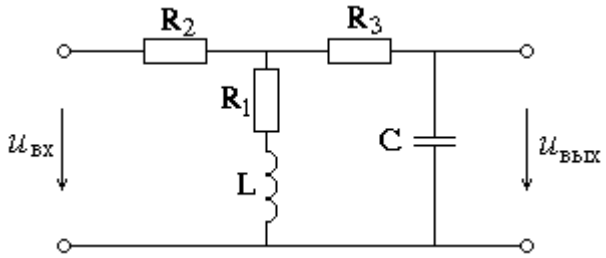


Рис. 2.8

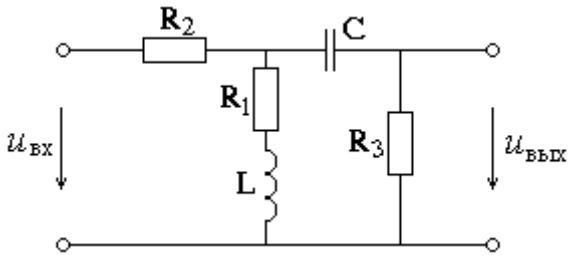


Рис. 2.9

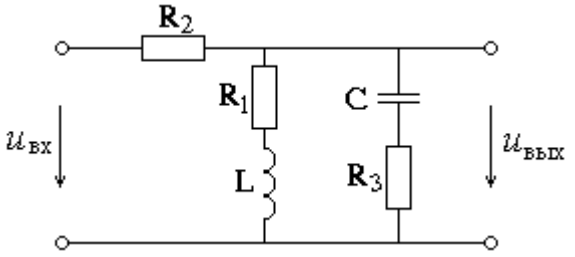


Рис. 2.10

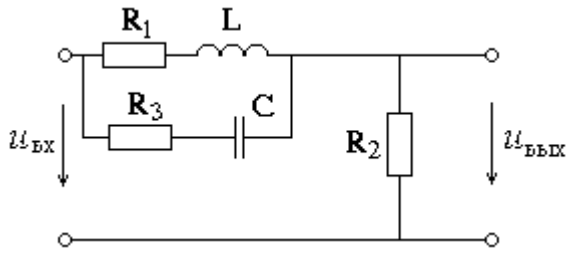


Рис. 2.11

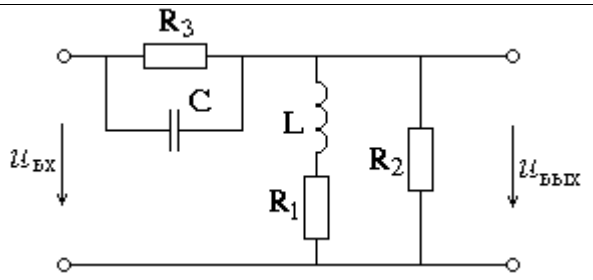


Рис. 2.12

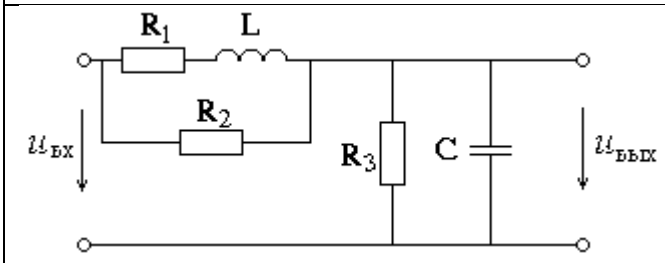


Рис. 2.13

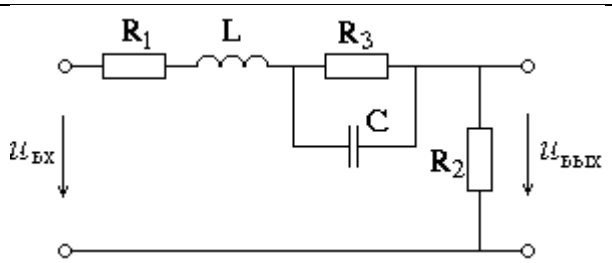


Рис. 2.14

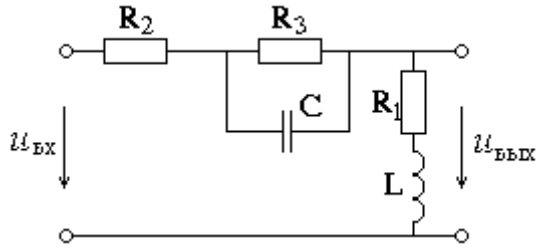


Рис. 2.15

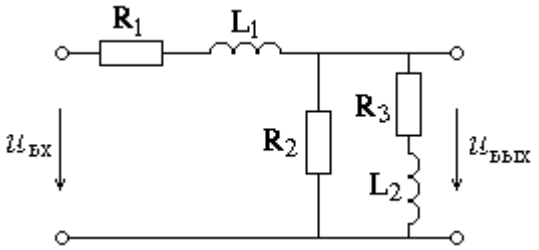


Рис. 2.16

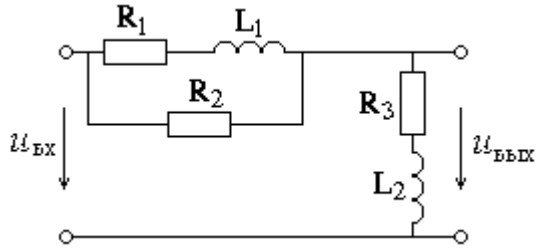


Рис. 2.17

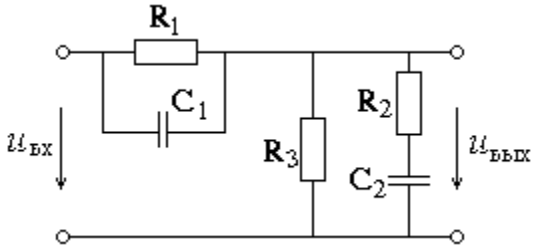


Рис. 2.18

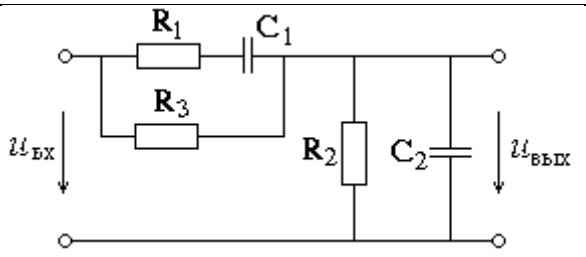


Рис. 2.19

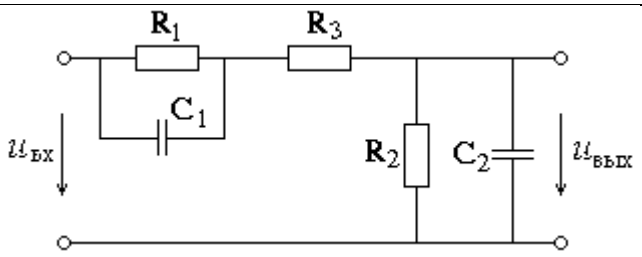


Рис. 2.20

2. ПРИМЕРЫ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ

Рассмотрим пример выполнения задания для схемы, изображенной на рисунке 3.1, при следующих значениях параметров цепи:

R_1 = 5 Ом, R_2 = 200 Ом, R_3 = 2 Ом, L = 1 мГн, C = 8 мкФ,

U_m = 30 В, f = 1500 Гц,

U_0 = 10 В, $T_{имп} = 3\tau$

Результаты вычислений будем брать с тремя значащими цифрами.

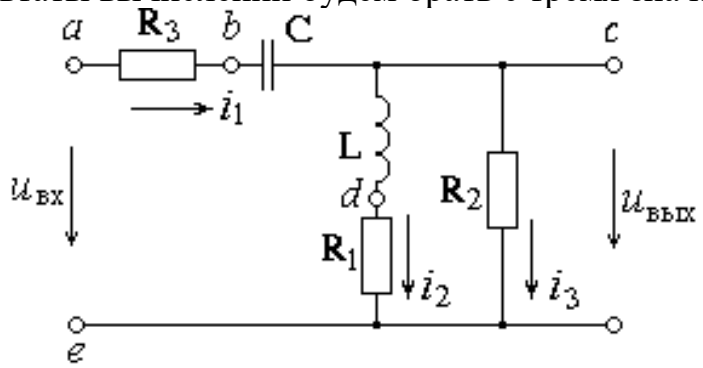


Рис. 3.1

2.1. Соблюдая требования ЕСКД, чертим сопротивления в виде прямоугольников размером 10х4 мм, источники ЭДС–окружностей диаметром 10 мм, индуктивности – 3 или 4 витка радиусом от 1,5 до 4 мм, емкость – параллельные отрезки длиной 8 мм на расстоянии 1,5 мм друг от друга, все линии одинаковой толщины. В данной цепи имеется три ветви, два узла и пять точек, отличающихся потенциалами. На рис. 3.1 расставлены направления и обозначены токи, а также буквами от a до e обозначены точки.

2.2. Для выполнения п.2 задания воспользуемся символическим методом анализа цепей синусоидального тока, иначе называемым методом комплексных амплитуд.

Для приложенного входного напряжения $u_{вх}(t) = U_m \sin(\omega t)$

комплексная амплитуда напряжения: $\dot{U}_m = U_m \cdot e^{j0^\circ} = 30 \cdot e^{j0^\circ}$.

Рассчитаем индуктивное сопротивление катушки и емкостное сопротивление конденсатора для заданной частоты:

$$X_L = \omega L = 2\pi f L = 2\pi \cdot 1500 \cdot 10^{-3} = 9{,}43 Ом;$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi \cdot 1500 \cdot 8 \cdot 10^{-6}} = 13{,}3 Ом \cdot$$

Комплексные сопротивления элементов цепи:

$$Z_1 = R_3 = 2 Ом;$$

1

$Z_2 = -j\omega C = -jX_C = -j13{,}3 Ом;$ $Z_4 = R_1 = 5 Ом;$

$Z_3 = j\omega L \quad jX_L = j9{,}43 Ом;$ $Z_5 = R_2 = 200 Ом$

$=$

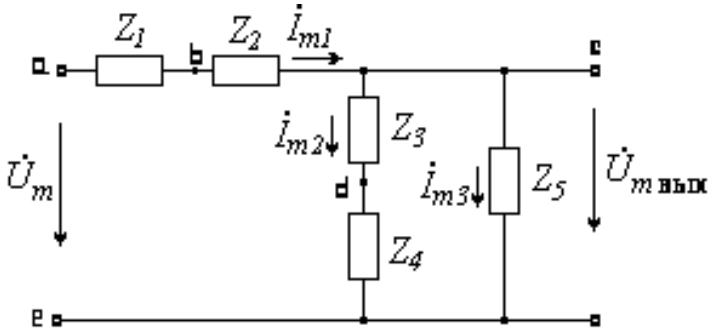


Рис. 3.2

Расчет комплексных амплитуд токов ведется аналогично расчету цепей постоянного тока по схеме рис 3.2. Здесь сопротивления Z_1 и Z_2 соединены между собой последовательно так же, как и сопротивления Z_3 и Z_4, с последними параллельно соединено сопротивление Z_5.

Находим входное сопротивление всей цепи по отношению к точкам, где приложено входное напряжение:

$$Z_{вх} = Z_1 + Z_2 + \frac{(Z_3 + Z_4)\cdot Z_5}{Z_3 + Z_4 + Z_5} = 2 - j13{,}3 + \frac{(5 + j9{,}43)\cdot 200}{5 + j9{,}43 + 200} =$$

$$= 2 - j13{,}3 + \frac{200\cdot(5 + j9{,}43)\cdot(205 - j9{,}43)}{(205 + j9{,}43)\cdot(205 - j9{,}43)} =$$

$$= 2 - j13{,}3 + \frac{200\cdot(5\cdot 205 + 9{,}43\cdot 9{,}43 + j9{,}43\cdot 205 - j9{,}43\cdot 5)}{205^2 + 9{,}43^2} =$$

$$= 2 - j13{,}3 + \frac{222785 + j377200}{42114} = (7{,}29 - j4{,}34)Ом$$

По закону Ома находим комплексную амплитуду тока в первой ветви:

$$\dot{I}_{m1} = \frac{\dot{U}_m}{Z_{вх}} = \frac{30}{7{,}29 - j4{,}34} = \frac{30\cdot(7{,}29 + j4{,}34)}{(7{,}29 - j4{,}34)\cdot(7{,}29 + j4{,}34)} =$$

$$= \frac{30\cdot(7{,}29 + j4{,}34)}{7{,}29^2 + 4{,}34^2} = \frac{218{,}7 + j130{,}2}{71{,}98} = (3{,}05 + j1{,}8)A$$

Токи второй и третьей ветвей найдем по формуле «разброса токов»:

$$\dot{I}_{m2} = \dot{I}_{m1}\frac{Z_5}{Z_3 + Z_4 + Z_5} = (3{,}05 + j1{,}8)\cdot\frac{200}{205 + j9{,}43} =$$

$$= \frac{(610 + j360)\cdot(205 - j9{,}43)}{(205 + j9{,}43)\cdot(205 - j9{,}43)} = \frac{124796 + j68477}{42114} = (3{,}05 + j1{,}62)A$$

$$\dot{I}_{m3} = \dot{I}_{m1}\frac{Z_3 + Z_4}{Z_5 + Z_3 + Z_4} = (3{,}05 + j1{,}8)\cdot\frac{5 + j9{,}43}{205 + j9{,}43} =$$

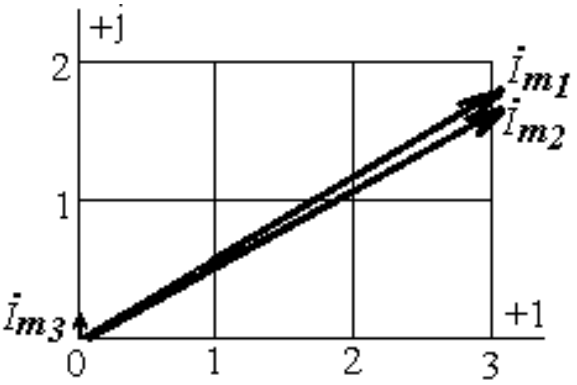
$$= (-6{,}12\cdot 10^{-5} + j0{,}184) \approx 0 + j1{,}184 = j0{,}184A$$

Токи в показательной форме:

$$\dot{I}_{m1} = 3{,}54 \cdot e^{j30{,}7^\circ}\ A;$$

$$I_{m2} = 3{,}45 \cdot e^{j28{,}1^\circ}\ A;$$

$$\dot{I}_{m3} = 0{,}184 \cdot e^{j90}\ A$$



Построив эти векторы на комплексной плоскости (рис.3.3), получаем векторную диаграмму токов.

Рис 3.3

Мгновенные значения токов:

$$i_1(t) = 3{,}54 \cdot \sin(\omega t + 30{,}7^\circ)A;$$

$$i_2(t) = 3{,}45 \cdot \sin(\omega t + 28{,}1^\circ)A;$$

$$i_3(t) = 0{,}184 \cdot \sin(\omega t + 90^\circ)A$$

Действующие значения токов ($I = I_m / \sqrt{2}$):

I_1 = 2,5 А, I_2 = 2,44 А, I_3 = 0,129 А

Комплексную амплитуду выходного напряжение найдем по закону Ома:

$$\dot{U}_{m\cdot вых} = \dot{I}_{m3} \cdot Z_5 = 0{,}184 \cdot e^{j90^\circ} \cdot 200 = 36{,}8 \cdot e^{j90^\circ}\ B$$

Мгновенное значение: $u_{вых}(t) = 36{,}8 \cdot \sin(\omega t + 90^\circ)B$

Действующее значение: U = 26 В

2.3. Для построения топографической диаграммы рассчитаем комплексные потенциалы всех точек цепи. При этом потенциал точки e примем равным нулю, иначе говоря, заземлим эту точку. Тогда

$$\dot{\varphi}_e = 0,$$

$$\dot{\varphi}_a = \dot{U}_m = 30\ \text{В},$$

$$\dot{\varphi}_b = \dot{\varphi}_a - Z_1 \dot{I}_{m1} = 30 - 2\cdot(3{,}05 + j1{,}8) = (23{,}9 - j3{,}6)\ \text{В},$$

$$\dot{\varphi}_c = \dot{\varphi}_b - Z_2 I_{m1} = (23{,}9 - j3{,}6) + j13{,}3\cdot(3{,}05 + j1{,}8) = (-0{,}02 + j36{,}8)\ \text{В},$$

$$\dot{\varphi}_d = \dot{\varphi}_c - Z_3 \dot{I}_{m2} = (-0{,}02 + j36{,}8) - j9{,}43\ (3{,}05 + j1{,}62) = (15{,}3 + j8{,}04)\text{В}$$

Перед построением топографической и векторной диаграмм на комплексной плоскости необходимо выбрать удобный масштаб (обязательно одинаковый по действительной и мнимой осям), затем отложить в виде точек найденные комплексные значения потенциалов $\dot{\varphi}_a \ldots \dot{\varphi}_e$. Далее соединяем точки так, чтобы получить разности соответствующих потенциалов, или векторы, изображающие напряжения на каждом элементе цепи, а именно: a-e, a-b, b-c, c-d, d- e, c-e, причем стрелку ставим в сторону первой буквы каждой пары. Результат построения диаграммы – на рисунке 3.4.

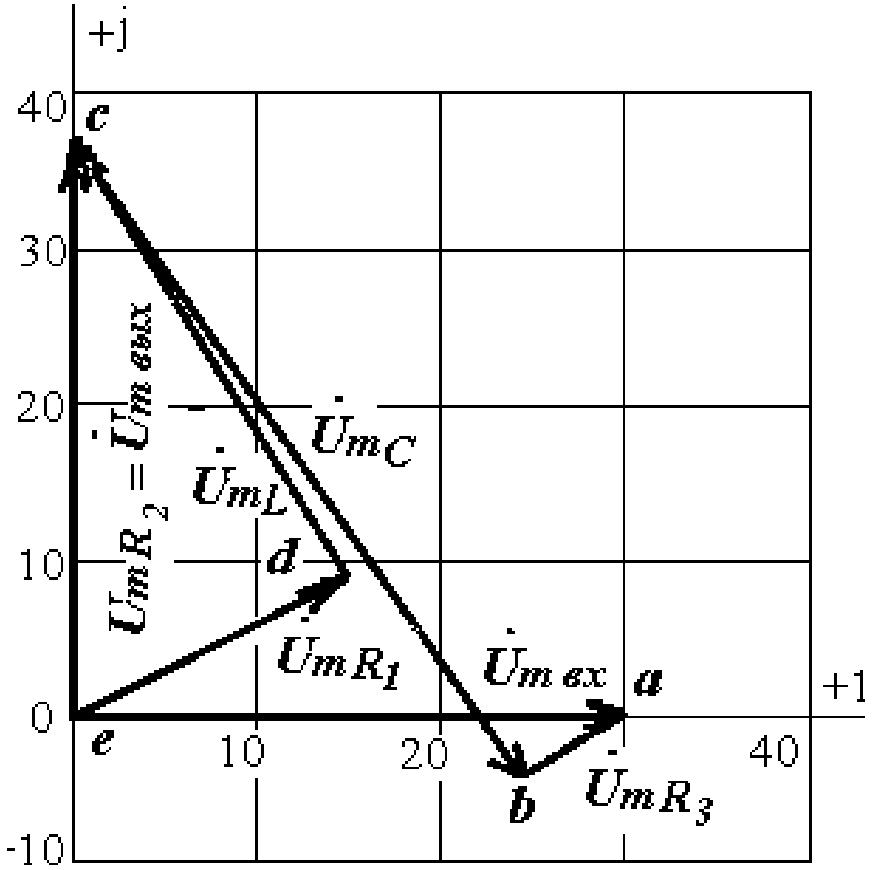


Рис. 3.4

2.4. Для определения комплексной передаточной функции цепи

$$W(j\omega) = \frac{\dot{U}_{вых}}{\dot{U}_{вх}}$$

необходимо выразить выходное напряжение через входное, иначе говоря, проделать практически те же действия, что и при расчете в п.3.2, но только в общем виде:

$$Z_{вх} = Z_1 + Z_2 + \frac{(Z_3 + Z_4)\cdot Z_5}{Z_3 + Z_4 + Z_5};$$

$$\dot{I}_{m1} = \frac{\dot{U}_{вх}}{Z_{вх}} = \frac{\dot{U}_{вх}}{Z_1 + Z_2 + \dfrac{(Z_3 + Z_4)\cdot Z_5}{Z_3 + Z_4 + Z_5}};$$

$$\dot{I}_{m3} = \dot{I}_{m1}\frac{Z_3 + Z_4}{Z_3 + Z_4 + Z_5} = \frac{\dot{U}_{вх}}{Z_1 + Z_2 + \dfrac{(Z_3 + Z_4)\cdot Z_5}{Z_3 + Z_4 + Z_5}}\cdot\frac{Z_3 + Z_4}{Z_3 + Z_4 + Z_5} =$$

$$= \frac{\dot{U}_{вх}\cdot(Z_3 + Z_4)}{Z_1\cdot Z_3 + Z_1\cdot Z_4 + Z_1\cdot Z_5 + Z_2\cdot Z_3 + Z_2\cdot Z_4 + Z_2\cdot Z_5 + Z_5\cdot Z_3 + Z_5\cdot Z_4},$$

$$\dot{U}_{вых} = \dot{I}_{m3}\ Z_5 = \frac{\dot{U}_{вх} \cdot Z_5 \cdot (Z_3 + Z_4)}{Z_1 \cdot Z_3 + Z_1 \cdot Z_4 + Z_1 \cdot Z_5 + Z_2 \cdot Z_3 + Z_2 \cdot Z_4 + Z_2 \cdot Z_5 + Z_5 \cdot Z_3 + Z_5 \cdot Z_4}$$

Таким образом

$$W(j\omega) = \frac{Z_5 \cdot (Z_3 + Z_4)}{Z_1 \cdot Z_3 + Z_1 \cdot Z_4 + Z_1 \cdot Z_5 + Z_2 \cdot Z_3 + Z_2 \cdot Z_4 + Z_2 \cdot Z_5 + Z_5 \cdot Z_3 + Z_5 \cdot Z_4}$$

Подставляем выражения для комплексных сопротивлений, получаем

$$W(j\omega) = \frac{(j\omega L + R_1) \cdot R_2}{j\omega L \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3 + j\omega L \cdot \frac{1}{j\omega C} + R_1 \cdot \frac{1}{j\omega C} + R_2 \cdot \frac{1}{j\omega C} + j\omega L \cdot R_2 + R_1 \cdot R_2}$$

После домножения на $j\omega C$ и с учетом того, что $j^2=-1$, окончательно получаем выражение комплексной передаточной функции:

$$W(j\omega) = \frac{-\omega^2 LCR_2 + j\omega CR_1R_2}{[R_1 + R_2 - \omega^2 LC(R_2 + R_3)] + j\omega[L + C(R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3)]}$$

Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) – это зависимость от частоты отношения амплитуд выходного и входного напряжений, или модуль комплексной частотной характеристики:

$$A(\omega) = \frac{U_{вых}}{U_{вх}} = |W(j\omega)|,$$

$$A(\omega) = \frac{\sqrt{(-\omega^2 LCR_2)^2 + (\omega CR_1R_2)^2}}{\sqrt{[R_1 + R_2 - \omega^2 LC(R_2 + R_3)]^2 + \omega^2[L + C(R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3)]^2}}$$

По этой формуле строим график (рис.3.5). На этом графике фактически построена зависимость A от частоты f, выраженной в герцах (Гц), с учетом связи с угловой частотой: $\omega=2\pi f$.

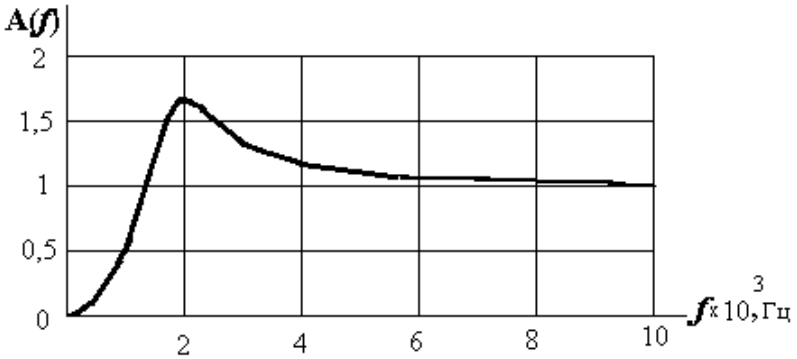


Рис. 3.5

При построении логарифмической амплитудно-частотной характеристики (ЛАЧХ) по оси ординат откладывают значения частоты в логарифмическом масштабе, а по оси ординат - величину 20lg(A(f)), измеряемую в децибелах

(дБ). График ЛАЧХ представлен на рис. 3.6.

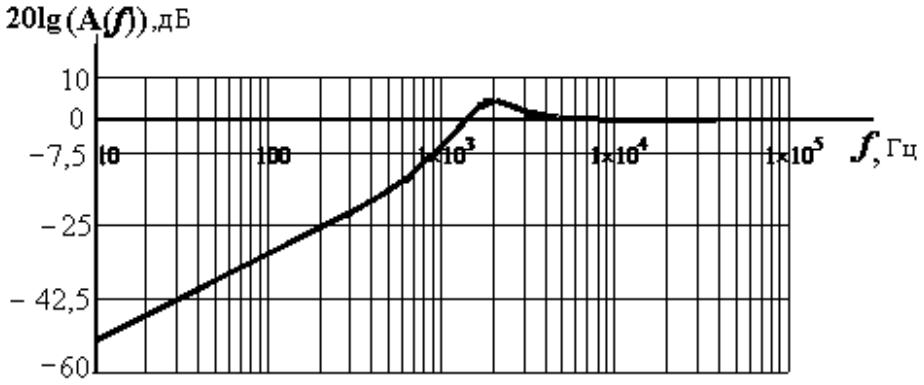


Рис. 3.6

Фазо-частотная характеристика (ФЧХ) – это зависимость от частоты разности фаз между выходным и входным напряжениями, или аргумент комплексной частотной характеристики:

$$\Psi(\omega) = \Psi_{U_{вых}} - \Psi_{U_{вх}} = \arg(W(j\omega)),$$

$$\Psi(\omega) = arctg\left(\frac{\omega C R_1 R_2}{-\omega LCR_2}\right) - arctg\left(\frac{\omega[L + C(R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3)]}{[R_1 + R_2 - \omega^2 LC(R_2 + R_3)]}\right) =$$

$$= arctg\left(\frac{R_1}{-\omega L}\right) - arctg\left(\frac{\omega[L + C(R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3)]}{[R_1 + R_2 - \omega^2 LC(R_2 + R_3)]}\right)$$

График ФЧХ обычно изображают при логарифмическом масштабе оси частот. Соответствующая кривая приведена на рис.3.7

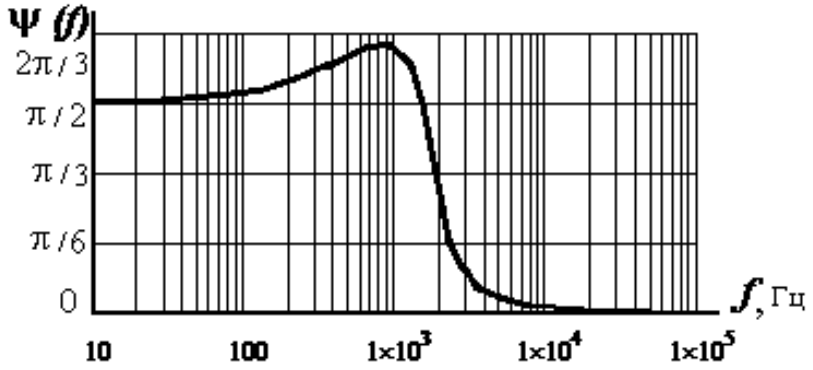


Рис. 3.7

2.5. Определение переходной функции цепи *h(t)*.

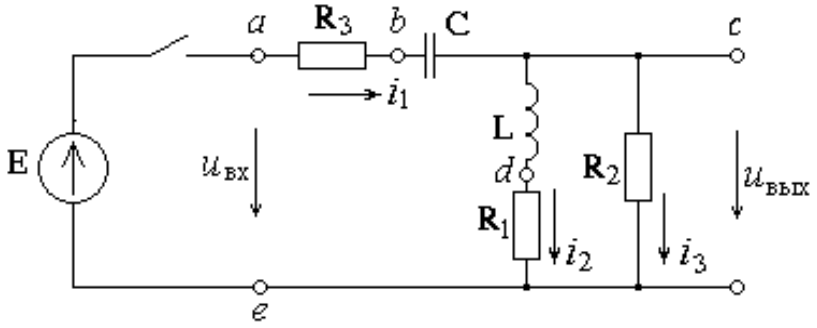


Рис. 3.8

Переходной функцией цепи называется реакция на воздействие в виде единичной ступенчатой функции. Значит, для ее определения необходимо проанализировать переходный процесс $u_{вых}(t)$ при подключении цепи к источнику постоянной ЭДС, равной 1В, при нулевых начальных условиях (рис. 3.8).

Классический метод.

Классический метод предполагает представление искомой величины (в данном случае выходного напряжения) в виде суммы принужденной, или установившейся, составляющей и свободной составляющей: $u_{вых}(t) = u_{пр}(t) + u_{св}(t)$.

1) Расчет принужденной составляющей.

В установившемся режиме постоянная ЭДС может вызывать только постоянные токи в цепи. Постоянный ток через емкость протекать не будет, а индуктивность представляет собой для постоянного тока короткое замыкание. Поэтому ток первой ветви, а также токи второй и третьей ветвей равны нулю: $i_{1пр} = 0$ и $i_{2пр} = i_{3пр} = 0$. Напряжение $u_{Lпр} = 0$.

Из уравнения $i_{1пр} \cdot R_3 + u_{Cпр} + u_{Lпр} + i_{2пр} R_1 = 0$ следует, что $u_{Cпр} = E = 1В$,

$$u_{выхпр} = i_{3пр} \cdot R_2 = 0$$

2) Определение общего вида свободной составляющей.

Составляем характеристическое уравнение цепи с помощью приравнивания к нулю выражения для входного сопротивления $Z(p)$ относительно входных зажимов, принимая сопротивление индуктивного элемента равным pL, а емкостного равным $1/pC$.

$$Z(p) = R_3 + \frac{1}{pC} + \frac{(R_1 + pL) \cdot R_2}{R_1 + R_2 + pL} = 0,$$

$$p^2 LC(R_2 + R_3) + p[L + C(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3)] + R_1 + R_2 = 0$$

С численными значениями:

$$p^2 1{,}616 \cdot 10^{-6} + p0{,}01228 + 205 = 0$$

Корни характеристического уравнения:

$$p_{1,2} = \frac{-0{,}01228 \pm \sqrt{0{,}01228^{-2} - 4 \cdot 1{,}616 \cdot 10^{-6} \cdot 205}}{2 \cdot 1{,}616 \cdot 10^{-6}} = (-3800 \pm j10603) c^{-1}$$

Корни характеристического уравнения получились комплексно-сопряженными, что говорит о том, что переходный процесс является колебательным, и свободная составляющая имеет следующий общий вид:

$$u_{выхсв}(t) = Ae^{-\delta \cdot t} \sin(\omega \cdot t + \gamma)$$

где δ =-3800 ^{1}/с - постоянная затухания, ω = 10603 рад/с - угловая частота затухающих колебаний, A и γ – постоянные интегрирования, которые должны быть определены из начальных условий.

Общий вид результата как суммы двух составляющих:

$$u_{вых}(t) = u_{выхпр} + Ae^{-\delta \cdot t} \sin(\omega \cdot t + \gamma)$$

Для вычисления постоянных интегрирования необходимо знать начальное значение искомой величины и начальное значение ее первой производной.

3) Определение начальных условий.

Так как по законам коммутации напряжение на емкости u_C и ток в ветви с индуктивностью i_2 не могут измениться мгновенно, то эти величины в первый момент после подключения ЭДС остаются такими же, как и непосредственно перед ее подключением, то есть равными нулю:

$$u_C(0) = u_C(0_-) = 0, \quad i_2(0) = i_2(0_-) = 0.$$

Тогда в соответствии с законами Кирхгофа в момент t=0

$$i_1(0) = i_3(0) = \frac{E - u_C(0)}{R_2 + R_3} = \frac{1}{200 + 2} = 0{,}00495A$$

$$u_{вых}(0) = i_3(0) \cdot R_2 = 0{,}00495 \cdot 200 = 0{,}99B$$

Ток i_1, протекающий через емкость, связан с напряжением соотношением $i_1 = C\frac{du_C}{dt}$. Тогда при t=0 $u'_C(0) = \frac{i_1(0)}{C} = \frac{0{,}00495}{8 \cdot 10^{-6}} = 619\,B/c$

Для определения производной $u'_{вых}(0)$ используем зависимость $i'_2(0) = \frac{u_L(0)}{L}$ и уравнения по законам Кирхгофа:

$$i'_1(0) = i'_2(0) + i'_3(0), \quad i'_3(0) \cdot R_3 + u'_C(0) + i'_3(0) \cdot R_2 = 0.$$

Так как $i_2(0) = 0$, то $u_L(0) = u_{вых}(0)$ и $i'_2(0) = \frac{0{,}99}{1 \cdot 10^{-3}} = 990\,A/c$.

Получаем

$$i'_3(0) = -\frac{1}{R_2 + R_3} \cdot (u'_C(0) + i'_2(0) \cdot R_3) = -\frac{619 + 990 \cdot 2}{200 + 2} = -12{,}9\,A/c$$

$$u'_{вых}(0) = i'_3(0) \cdot R_2 = -12{,}9 \cdot 200 = -2580B/c$$

4) Вычисляем постоянные интегрирования.

$$\begin{cases} u_{вых}(t) = u_{выхпр} + Ae^{-\delta \cdot t}\sin(\omega \cdot t + \gamma) \end{cases}$$

$$\left| u'_{вых}(t) = -\delta A e^{-\delta \cdot t} \sin(\omega \cdot t + \gamma) + \omega A e^{-\delta \cdot t} \cos(\omega \cdot t + \gamma) \right.$$

При $t = 0$:

$$\begin{cases} u_{вых}(0) = u_{выхпр} + A\sin(\gamma) = 0{,}99B \\ \left| u'_{вых}(0) = -\delta A \sin(\gamma) + \omega A \cos(\gamma) = -2580\, B/c \right. \end{cases}$$

Из второго уравнения можно найти γ:

$$\gamma = arctg\left(\frac{\omega \cdot u_{вых}(0)}{u'_{вых}(0) + \delta \cdot u_{вых}(0)}\right) = arctg\left(\frac{10603 \cdot 0{,}99}{-2580 + 3800 \cdot 0{,}99}\right) = 83{,}6^{\circ}$$

Из первого уравнения найдем А:

$$A = \frac{u_{вых}(0)}{\sin(\gamma)} = \frac{0{,}99}{\sin(83{,}6^\circ)} = 1B$$

Окончательный результат:

$$h(t) = u_{вых}(t) = 1e^{-3800 \cdot t} \sin(10603 \cdot t + 83{,}6^\circ)B$$

Постоянная времени процесса $\tau = 1/\delta = 1/3800 = 0{,}263$ мс

Операторный метод.

Действия операторным методом при нулевых начальных условиях в значительной мере подобны действиям при анализе символическим методом цепей синусоидального тока при замене в выражениях сопротивлений комбинации «$j\omega$» на букву «p». Поэтому можем воспользоваться полученным в п.3.4 выражением для комплексной частотной характеристики, записав на месте «$j\omega$» букву «p». Таким образом, мы найдем то, что называется передаточной функцией цепи:

$$W(p) = \frac{(pL + R_1) \cdot R_2}{pL \cdot R_2 + pL \cdot R_3 + pL \cdot \frac{1}{pC} + R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_1 \cdot \frac{1}{pC} + R_2 \cdot R_3 + R_2 \cdot \frac{1}{pC}} =$$

$$= \frac{p^2 L \cdot C \cdot R_2 + pC \cdot R_1 \cdot R_2}{p^2 LC(R_2 + R_3) + p[L + C(R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3)] + R_1 + R_2}$$

С помощью этой функции легко записать операторное выходное напряжение при заданном операторном входном напряжении:

$$U_{вых}(p) = W(p) \cdot U_{вх}(p)$$

В нашем случае на входе действует постоянная ЭДС, равная 1В. Ее операторным изображением является 1/p. Значит, операторным изображением переходной функции $h(t)$ будет

$$H(p) = \frac{W(p)}{p} = \frac{p^2 L \cdot C \cdot R_2 + pC \cdot R_1 \cdot R_2}{p[p^2 LC \cdot (R_2 + R_3) + p[L + C \cdot (R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3)] + R_1 + R_2]} =$$

$$= \frac{pL \cdot C \cdot R_2 + C \cdot R_1 \cdot R_2}{p^2 LC \cdot (R_2 + R_3) + p[L + C \cdot (R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3)] + R_1 + R_2}$$

Остается найти оригинал по формуле разложения:

$$h(t) = \sum_{k=1}^{m} \frac{N(p_k)}{M'(p_k)} e^{p_k t}$$

где $N(p) = pLCR_2 + CR_1R_2$,

$M(p) = p^2LC(R_2+R_3) + p[L + C(R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3)] + R_1 + R_2$

p_k – корни многочлена $M(p)$, m –степень многочлена $M(p)$.

Находим корни $p^2 1{,}616\cdot 10^{-6} + p0{,}01228 + 205 = 0$

Так как полученное выражение в точности совпадает с характеристическим уравнение, которое решали классическим методом, то корни будут равны ранее определенным:

$p_1 = -3800+j10603, \quad p_2 = -3800-j10603$

Производная многочлена знаменателя

$M'(p) = 2pLC(R_2 + R_3)+L+C(R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3)=3{,}28\cdot 10^{-6}p + 12{,}28\cdot 10^{-3},$

$N(p) = 1{,}6\cdot 10^{-6}p + 8\cdot 10^{-3},$

$N(p_1) = 1{,}6\cdot 10^{-6}(-3800 + j10603) + 8\cdot 10^{-3} = (1{,}92 + j16{,}97)\ 10^{-3},$

$N(p_2) = 1{,}6\cdot 10^{-6}(-3800 - j10603) + 8\cdot 10^{-3} = (1{,}92 - j16{,}97)\ 10^{-3},$

$M'(p_1) = 3{,}23\cdot 10^{-6}(-3800 + j10603) + 12{,}28\cdot 10^{-3} = (-1{,}6\ 10^{-3} + j34{,}27)\ 10^{-3},$

$M'(p2) = 3{,}23\cdot 10^{-6}(-3800 - j10603) + 12{,}28\cdot 10^{-3} = (-1{,}6\ 10^{-3} - j34{,}27)\ 10^{-3},$

$$\frac{N(p_1)}{M'(p_1)} = \frac{(1{,}92 + j16{,}97)\cdot 10^{-3}}{(-1{,}6\cdot 10^{-3} + j34{,}27)\cdot 10^{-3}} = \frac{17{,}08e^{j83{,}6^\circ}}{34{,}27e^{j90^\circ}} = 0{,}5e^{-j6{,}4^\circ}$$

$$\frac{N(p_2)}{M'(p_2)} = 0{,}5e^{j6{,}4^\circ}$$

Подставляем в формулу разложения:

$$h(t) = 0{,}5e^{-j6{,}4^\circ}e^{(-3800+j10603)t} + 0{,}5e^{j6{,}4^\circ}e^{(-3800-j10603)t} =$$

$$= 1e^{-3800t}(e^{j(10603t-6{,}4^\circ)} + e^{-j(10603t+6{,}4^\circ)}) = 1e^{-3800t}\cos(10603\cdot t - 6{,}4^\circ) =$$

$$= 1e^{-3800t}\sin(10603\cdot t + 83{,}6^\circ)\cdot$$

Последнее в точности соответствует результату, полученному классическим методом. График переходной функции приведен на рисунке 3.9

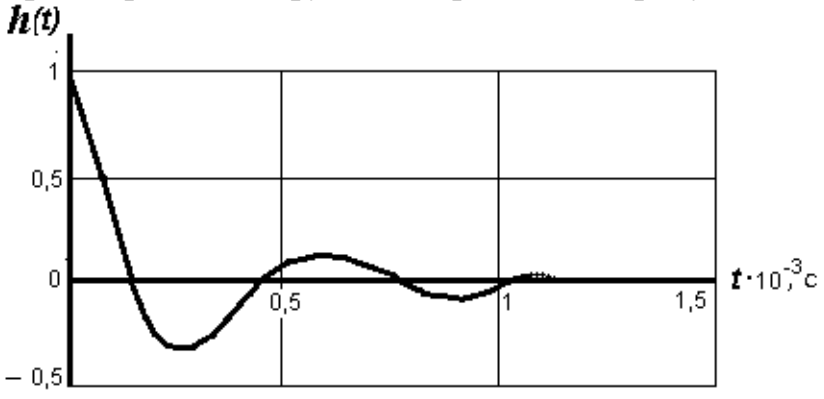


Рис. 3.9

2.6. При выполнении последнего пункта задания следует иметь в виду, что зная переходную функцию цепи *h(t)*, нетрудно записать выражение для реакции на любое заданное воздействие с помощью интеграла Дюамеля:

$$u_{вых}(t) = U_0 \cdot h(t) + \int_0^t u'_{вх}(\tau) \cdot h(t-\tau) d\tau$$

Результатом применения интеграла Дюамеля к воздействию в форме прямоугольного импульса длительностью $T_{имп}$ и высотой U_0 , будет:

$$u_{вых}(t) = \begin{cases} U_0 \cdot h(t), \text{ для } 0 \le t < T_{имп} \\ U_0 \cdot h(t) - U_0 \cdot h(t - T_{имп}), \text{ для } t \ge T_{имп} \end{cases}$$

Конкретно при заданных U_0 = 10 В, $T_{имп} = 3\tau = 3 \cdot 0{,}263 \cdot 10^{-3}$с и определенной в п.3.5 переходной функции графики входного и выходного напряжений приведены на рисунке 3.10.

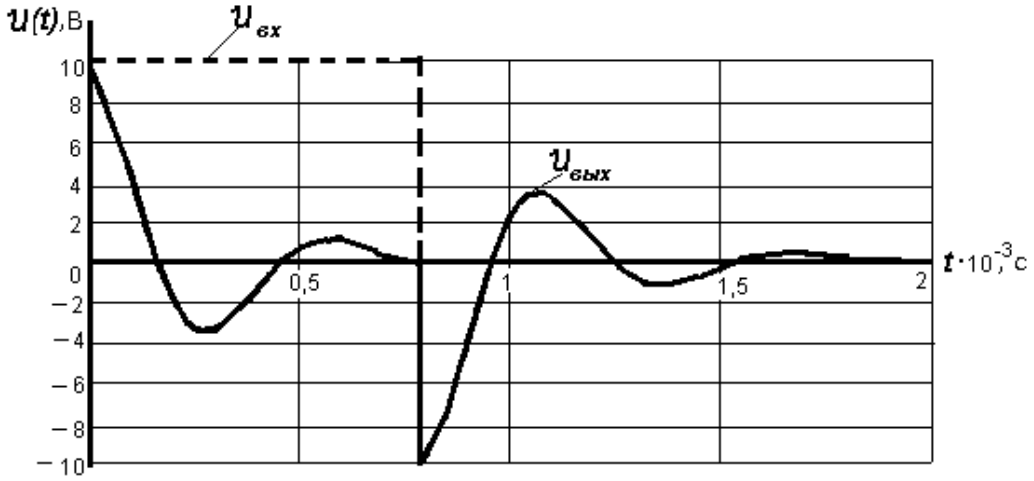


Рис. 3.10